Sebastian Bielski

Wybrane zagadnienia przepływów ciepła

Gdańsk 2023

PRZEWODNICZĄCY KOMITETU REDAKCYJNEGO
WYDAWNICTWA POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ
Dariusz Mikielewicz

RECENZENT
Stanisław Kwitnewski

REDAKCJA JĘZYKOWA
Agnieszka Frankiewicz

PROJEKT OKŁADKI
Ireneusz Jelonek

Wydano za zgodą
Rektora Politechniki Gdańskiej

Oferta wydawnicza Politechniki Gdańskiej jest dostępna pod adresem
https://www.sklep.pg.edu.pl

Utwór nie może być powielany i rozpowszechniany, w jakiejkolwiek formie
i w jakikolwiek sposób, bez pisemnej zgody wydawcy.

© Copyright by Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2023

ISBN 978-83-7348-901-1

WYDAWNICTWO POLITECHNIKI GDAŃSKIEJ

Wydanie I. Ark. wyd. 7,5, ark. druku 9,88, 1295/1228

Druk i oprawa: Volumina.pl sp. z o. o.
ul. Księcia Witolda 7-9, 71-063 Szczecin, tel. 91 812 09 08

Spis treści

Wykaz ważniejszych oznaczeń **5**

Wstęp **7**

1. Pojęcia wstępne **8**
1.1. Definicje 8
1.1.1. Ciepło 8
1.1.2. Energia wewnętrzna 8
1.1.3. Temperatura 9
1.1.4. Wymiana ciepła 9
1.2. Mechanizmy wymiany ciepła 12
1.2.1. Przewodzenie 12
1.2.2. Konwekcja 13
1.2.3. Promieniowanie cieplne 13
1.2.4. Wymiana ustalona i nieustalona 13
1.3. Pojęcia i zależności opisujące przepływ ciepła 14
1.3.1. Przewodzenie 15
1.3.2. Przejmowanie 17
1.3.3. Promieniowanie 18
1.3.4. Przenikanie jako przykład złożonej wymiany ciepła 19

2. Równanie przewodzenia ciepła **23**
2.1. Przewodność cieplna 23
2.2. Temperatura jako pole skalarne 24
2.3. Wyprowadzenie równania przewodzenia ciepła 25
2.4. Warunki początkowe i brzegowe 31

3. Przewodzenie ciepła w stanie ustalonym bez źródeł ciepła **34**
3.1. Przypadki jednowymiarowe 34
3.2. Ścianki złożone, prawo spadku temperatury, opór cieplny 41
3.3. Żebro o stałym przekroju 61
3.4. Przypadki dwuwymiarowe 64

4. Przewodzenie ciepła w stanie ustalonym z wewnętrznymi źródłami ciepła **73**
4.1. Równanie przewodzenia ciepła w przypadku źródeł wewnętrznych . . . 73
4.2. Jednowymiarowe przewodzenie ciepła przy stałej gęstości źródeł 74
4.3. Przewodzenie ciepła przy nierównomiernym rozkładzie źródeł 80
4.4. Przewodność cieplna zależna od temperatury 81

5. Przewodzenie ciepła w stanie nieustalonym **83**
5.1. Zagadnienie podstawowe 83
5.2. Zagadnienie uwzględniające przejmowanie na brzegach 89
5.3. Uzupełnienie dotyczące warunków brzegowych 94
5.4. Stałe warunki brzegowe 96
5.5. Zagadnienie nieustalone dla kuli 99

5.6. Zagadnienie nieustalone dla walca 102
5.7. Zagadnienie dwuwymiarowe 107
5.8. Jednowymiarowy przepływ ciepła w przypadku zmiennych w czasie warunków brzegowych 112
5.9. Przykład zagadnienia nieustalonego w obecności źródeł ciepła 120
5.10. Przewodzenie ciepła w tkance 122
5.11. Tarcie jako źródło ciepła 123

6. Wprowadzenie do matematycznego opisu konwekcji **125**
6.1. Równanie ciągłości 125
6.2. Równanie Naviera–Stokesa 129
6.3. Równanie energii 134

7. Promieniowanie **138**
7.1. Pojęcia wstępne 138
7.2. Definicje 140
7.3. Zdolność emisyjna 142
7.4. Wymiana ciepła przez promieniowanie między powierzchniami równoległymi 149
7.5. Prawo Lamberta 153

Literatura **157**

Wykaz ważniejszych oznaczeń

a	–	współczynnik wyrównywania temperatury [m^2/s]
c	–	prędkość światła [m/s]
c_p	–	ciepło właściwe [$J/(kg \cdot K)$]
k	–	współczynnik przenikania ciepła [$W/(m^2K)$]
$\vec{n}$	–	jednostkowy wektor normalny
p	–	ciśnienie [Pa]
Q	–	ilość ciepła [J]
$\vec{q}$	–	gęstość strumienia ciepła [W/m^2]
q_v	–	wydajność źródeł ciepła [W/m^3]
T	–	temperatura [K, °C]
$\hat{T}$	–	tensor naprężeń [Pa]
$\vec{v}$	–	prędkość [m/s]
α	–	współczynnik przejmowania ciepła [$W/(m^2K)$]
η	–	lepkość [$Pa \cdot s$]
Φ	–	strumień ciepła [W]
λ	–	współczynnik przewodzenia ciepła [W/(mK)]
ρ	–	gęstość [kg/m^3]

Wstęp

Wykład do przedmiotu *przepływ ciepła* dla Studentów kierunku *fizyka techniczna* na Wydziale Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej Politechniki Gdańskiej poprowadziłem po raz pierwszy w roku akademickim 2008/09. Od tego czasu co roku staram się rozwijać i wzbogacać zakres materiału prezentowanego Studentom. Ważną składową przedmiotu zawsze były zajęcia laboratoryjne w pracowni komputerowej, w ramach których implementowaliśmy numerycznie sporo zagadnień o znaczeniu zarówno teoretycznym, jak i technicznym. Oczywiste jest, że współcześnie wiele konkretnych problemów dotyczących przepływów ciepła i rozkładu temperatury bada się za pomocą odpowiednich środowisk obliczeniowych. Myślę natomiast, że aby nauczyć się pracy z takimi środowiskami, warto zacząć od przypadków, dla których rozwiązania można uzyskać analitycznie, i dlatego kładłem dość mocny nacisk na stosowanie choćby metody rozdzielenia zmiennych jako narzędzia do poszukiwania rozwiązań zagadnień przewodzenia ciepła dla prostej geometrii. Wbrew pozorom wzór opisujący rozwiązanie analityczne nie jest tylko wyrażeniem matematycznym, lecz zawiera sporo informacji istotnych z perspektywy fizyki. W dodatku możliwość porównania wyników otrzymanych numerycznie z rezultatami uzyskanymi analitycznie pozwala odpowiedzieć na pytanie, czy właściwie korzystamy z narzędzi dostępnych we wspomnianych środowiskach obliczeniowych.

Inspiracją do zainteresowania się niektórymi tematami jest dla mnie obserwacja otoczenia. To właśnie dzięki temu miałem okazję i przyjemność współpracować ze Studentami w ramach prac inżynierskich i magisterskich, w których zajmowaliśmy się modelowaniem efektywności radiatorów i wymienników ciepła, a także oporem cieplnym ścian budynków czy rozkładem temperatury w tkance poddanej działaniu zewnętrznego źródła ciepła. Wiele nauczyłem się przy okazji współpracy w ramach projektu realizowanego w ówczesnej Państwowej Wyższej Szkole Zawodowej w Elblągu (obecna nazwa to Akademia Nauk Stosowanych w Elblągu) dla zewnętrznej firmy zajmującej się produkcją kotłów.

Przejście w roku 2020 w tryb zdalnego nauczania stało się impulsem do usystematyzowania wiedzy, którą przekazuję Studentom, i zaprezentowania jej w formie skryptu. Chcę podziękować wszystkim tym Studentom, którzy korzystali z notatek będących punktem wyjścia do stworzenia poszczególnych rozdziałów skryptu i zgłaszali konstruktywne uwagi. Mam tu na myśli Studentów kierunku *fizyka techniczna* z lat 2019/20, 2020/21 oraz 2021/22. Duże znaczenie miały dla mnie Wasze pytania, zarówno te zadawane w trakcie wykładu (niekiedy kończyły się długimi dygresjami), jak i te, z którymi mierzyliśmy się w pracach dyplomowych. Dziękuję również Panu prof. Stanisławowi Kwitnewskiemu za życzliwą recenzję i cenne wskazówki.

Chciałbym, aby ten skrypt był pomocnym źródłem wiedzy dla kolejnych Studentów Wydziału FTiMS PG. Wierzę też, że będzie on przydatny dla wszystkich tych, którzy chcą zrozumieć podstawowe aspekty przewodzenia ciepła, a także konwekcji i promieniowania. Wskazane jest, aby potencjalny Czytelnik posiadał odpowiednie przygotowanie pod kątem wiedzy z fizyki i matematyki. Przydatne będą podstawy rachunku całkowego i różniczkowego, elementarna znajomość termodynamiki oraz obeznanie z programowaniem w takich narzędziach jak C++, Matlab czy Python.